

ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ РАЗРАБОТКИ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ДВИЖЕНИЕМ КВАДРОКОПТЕРА *

Алиев Ф.А.^{1,2}, Ларин В.Б.³, Туник А.А.⁴, Муталлимов М.М.^{1,2,5},
Велиева Н.И.^{1,5}, Мирсаабов С.М.¹

¹БГУ, Институт прикладной математики, Баку, Азербайджан

²Институт информационных технологий НАНА, Баку, Азербайджан

³Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ, Киев, Украина

⁴НАУ, Киев, Украина

⁵Кафедра компьютерных наук АГПУ, Баку, Азербайджан

e-mail: f_aliev@yahoo.com, vbblarin@gmail.com, aatunik@yahoo.com,
mmutallimov@bsu.edu.az

Резюме. Развитие в последнее время беспилотных летательных аппаратов, в том числе и квадрокоптеров, позволяет использовать последние в различных сферах деятельности человека. Легкость, малый размер, маневренность, простота управления - основные достоинства квадрокоптеров, которые позволяют использовать их во многих отраслях, в том числе в военной области. Моделирование процесса управления динамикой полета квадрокоптера осуществляется на основе адекватной математической модели. В данной статье рассматривается нормированная модель динамики квадрокоптера, позволяющая достаточно легко проверять различные алгоритмы стабилизации и траекторного управления движением квадрокоптера, которые могут быть затем легко перенесены на размерную модель, в которой могут быть учтены и другие особенности конструкции квадрокоптера. В качестве численного примера рассматривается управление пространственным движением квадрокоптера при отработке заданной траектории в виде вертикальной спирали.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, квадрокоптер, математическая модель, управление пространственным движением, моделирование.

AMS Subject Classification: 26A33.

1. Введение

Развитие вычислительной техники и информационных технологий в настоящее время позволяет использовать математическое моделирование как инструментальное средство для решения задач управления сложных технических систем на качественно новом уровне. Применение современных математических пакетов прикладных программ позволяет проводить многосторонние исследования с высокой точностью и с минимальными

*The work was presented at the webinar of the Institute of Applied Mathematics 23.11.2021

затратами ресурсов этих технических систем. В настоящее время в инженерной практике значительное место занимают математические задачи, которые, в той или иной постановке, связаны с управлением сложными механическими системами [2-5].

Одним из таких сложных систем являются беспилотные летательные аппараты (БПЛА), в частности квадрокоптеры, которые в последнее время приобретают все большую популярность в качестве доступных и относительно недорогих технических средств дистанционного сбора информации, мониторинга окружающей среды, доставки малогабаритных грузов, а также ряда других задач. Большой интерес к задачам управления квадрокоптерами объясняется также тем, что квадрокоптеры сами по себе являются интересными объектами управления, на примере которых можно отрабатывать разнообразные алгоритмы управления, которые находятся в центре внимания современной теории автоматического управления.

Система управления квадрокоптером принципиально должна решать задачи угловой и пространственной стабилизации, обеспечивать взлёт, посадку и полет по заданной траектории [8-12, 14, 16, 19]. В общем случае к этой системе предъявляются достаточно высокие требования по точности и быстродействию с учетом заданных ограничений. В связи с этим возрастает интерес к различным методам синтеза систем управления квадрокоптером: от классических методов ПИД-регулирования и методов линейно-квадратической оптимизации [1, 3, 9, 11,12,14] до методов теории нечёткого управления [12] и применения обучающихся нейронных сетей [7].

В то же время появляется всё большее количество работ, посвященных моделированию движения квадрокоптеров [6,10-12, 17,18,20,21], где приводятся различные варианты уравнений движения с различными системами автоматического управления и стабилизации и производится моделирование динамики этих систем. Это связано с тем, что математическое моделирование становится неотъемлемой частью процесса разработки систем управления полётом квадрокоптера. При этом ключевую роль в этом процессе играет правильный выбор математической модели квадрокоптера как объекта автоматического управления.

Среди множества математических моделей динамики квадрокоптера [2,4,5,8, 9,11,13] мы остановились на нормированной модели, предложенной в [8]. Этот выбор объясняется простотой и определённой универсальностью данной модели, которая позволяет с минимальными затратами опробовать жизнеспособность и эффективность разработанных алгоритмов управления. Это не исключает необходимости окончательной проверки этих алгоритмов с помощью уточненных моделей, более полно отражающих реальные динамические характеристики конкретного квадрокоптера. Но при этом

структура алгоритмов управления заранее известна, и разработчику остаётся уточнить только параметры этой структуры. Так, в работе [9] авторы использовали модели [8] для синтеза алгоритмов управления квадрокоптером в основных режимах полёта, что было использовано в [13] для проектирования алгоритмов управления с помощью уточнённой модели реального квадрокоптера. В данной статье анализируется вышеуказанная модель и рассматривается её использование для задач моделирования пространственным движением квадрокоптера.

2. Математическая модель и постановка задачи.

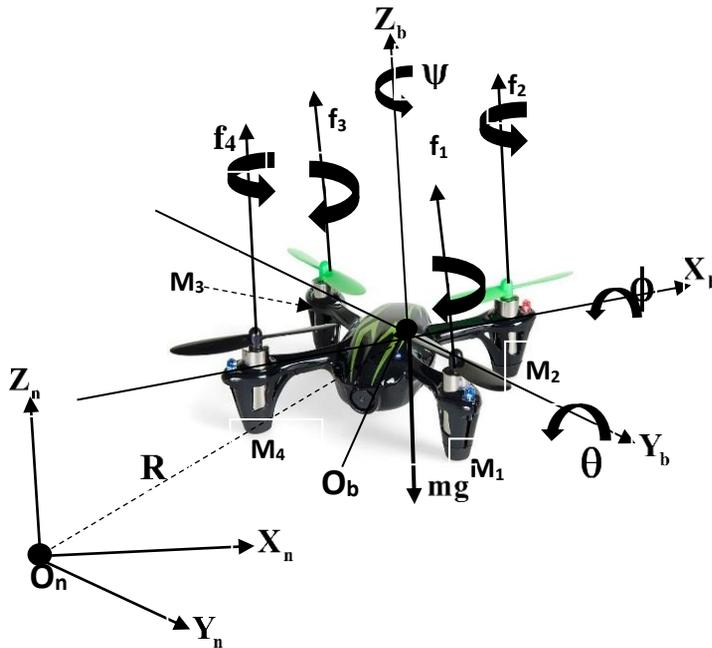


Рис. 1. Схема квадрокоптера.

Рассмотрим квадрокоптер с определёнными физическими параметрами, движением которого можно управлять, изменяя скорости вращения винтов, расположенных по его продольной X_b и боковой Y_b осям [8,9]. На Рис.1 представлена схема квадрокоптера и введены следующие обозначения: $M_1...M_4$ - моторы пропеллеров (направления их вращения указаны стрелками), которые создают подъёмные силы $f_1...f_4$; f, θ, ψ - Эйлеравы углы крена, тангажа и курса соответственно.

Аппарат движется относительно неподвижной инерциальной системы отсчета, связанной с Землей и заданной координатными осями $O_n X_n$, $O_n Y_n$ и $O_n Z_n$, причем ось $O_n Z_n$ направлена противоположно вектору силы тяжести. Положение подвижной системы координат $O_b X_b$, $O_b Y_b$, $O_b Z_b$, связанной с квадрокоптером, относительно неподвижной системы определяется радиус-вектором $\mathbf{R} = [x_0 \ y_0 \ z_0]'$ (штрих здесь и далее обозначает транспонирование). Задача заключается в том, чтобы квадрокоптер перемещался из начальной точки (x_0, y_0, z_0) неподвижной системы с начальными углами рыскания ψ_0 , крена φ_0 и тангажа θ_0 к заданной точке (x_d, y_d, z_d) . Эта задача решается с помощью управляющих воздействий [2,4,5,8,9]: - суммарной тяги:

$$\mathbf{u} = f_1 + f_2 + f_3 + f_4, \quad (1)$$

где $f_i = k_i \omega_i^2$, ($i = \overline{1,4}$), $k_i > 0$, ω_i -коэффициенты тяги моторов и угловая скорость i -го мотора соответственно; вращающих моментов относительно каждой оси подвижной системы координат $O_b Z_b$, $O_b Y_b$, $O_b X_b$ соответственно:

$$\tau_\psi = [(f_2 + f_4) - (f_1 + f_3)] \times \ell, \quad (2)$$

$$\tau_\theta = (f_2 - f_4) \ell, \quad (3)$$

$$\tau_\varphi = (f_3 - f_1) \ell, \quad (4)$$

где ℓ - расстояние от центра тяжести мотора до центр тяжести квадрокоптера. Очевидно, что вращающие моменты (2) –(4) являются функциями квадратов скоростей вращения моторов, т.к. $f_i = k_i \omega_i^2$, ($i = \overline{1,4}$).

В [8] показано, как и в подавляющем большинстве публикаций на эту тему, что в связи с симметрией конструкции квадрокоптера (Рис.1), общая система уравнений движения квадрокоптера распадается на 4 автономных подсистемы. Основной особенностью модели, предложенной в [8] является такая замена переменных в уравнении Эйлера-Лагранжа, которая позволяет свести полную систему уравнений, описывающих динамику квадрокоптера к упрощённой линеаризованной системе вида:

$$\ddot{y} = g\phi, \quad (5)$$

$$\ddot{\varphi} = \tilde{\tau}_\varphi, \quad (6)$$

$$\ddot{x} = -g\theta, \quad (7)$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_\theta, \quad (8)$$

$$\ddot{\psi} = \tilde{\tau}_\psi, \quad (9)$$

$$\ddot{z} = u + g. \quad (10)$$

Заметим, что линеаризация полных уравнений движения квадрокоптера и редуцирования математической модели к виду (5) – (10) выполняется в режиме висения, т.е. в состоянии равновесия суммарной тяги пропеллеров (1) и веса квадрокоптера (уравнение (10)).

Из уравнений (5)-(10) следует, что эта система является нормированной системой уравнений движения, в которой масса аппарата равна 1, а тензор инерции представляет собой единичную матрицу. Применительно к системе (5)–(10) в [9] была синтезирована система управления движением квадрокоптера по одной из осей горизонтальной плоскости $X_n O_n Y_n$ (Рис.1) методом оптимального линейно-квадратичного управления (LQR). Поскольку этот результат будет использован в дальнейшем, рассмотрим его вкратце.

Преобразуем уравнения (5)–(6), описывающие поступательное движение квадрокоптера вдоль оси $O_n Y_n$ и вращательное движение вокруг этой же оси, в стандартную модель системы в форме Коши:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= A_1 p + B_1 u \\ p(0) &= p_0 \end{aligned}, \quad (11)$$

где $p = [y, \dot{y}, \varphi, \dot{\varphi}]'$ - вектор состояния, $u = \tilde{\tau}_\varphi$ - управление, а матрицы A_1, B_1 имеют вид

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]'. \quad (12)$$

Показатель качества этой системы представляет собой стандартный интегральный квадратичный критерий:

$$J_1 = \int_0^{\infty} (p'Q_1p + u'R_1u)dt. \quad (13)$$

Выбирая весовые матрицы Q, R в критерии (13) в виде:

$$R = 10^4, \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 & 6 \\ -2 & 4 & 8 & -12 \\ -4 & 8 & 16 \cdot 10^4 & -24 \\ 6 & -12 & -24 & 36 \cdot 10^4 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

и применяя стандартную процедуру LQR-синтеза (команда «lqr.m» в пакете MATLAB), получим коэффициенты обратной связи по состоянию $u = -K_y p$ в виде:

$$K_y = [0.01 \quad 0.1083 \quad 5.5123 \quad 6.8574]. \quad (15)$$

При такой обратной связи собственные числа матрицы состояния замкнутой системы (A - BK) будут иметь вид:

$$\text{Eig}(A - BK) = [-5.9623, \quad -0.6702, \quad -0.1125 \pm 0.1090i]. \quad (16)$$

В случае движения квадрокоптера по оси $O_n X_n$ математическая модель будет отличаться от модели (11), (12) только матрицей состояния, которая будет иметь вид:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Применяя ту же LQR-процедуру синтеза с теми же весовыми матрицами (14), получим коэффициенты обратной связи в виде:

$$K_x = [0.01 \quad 0.1083 \quad -5.5123 \quad -6.8574]; \quad (18)$$

при этом собственные числа матрицы состояния замкнутой системы будут тем же, что и в выражении (16). Моделирование движения по оси $\mathbf{O}_n \mathbf{Y}_n$, выполненное в [9], продемонстрировало высокую эффективность LQR-процедуры синтеза. Это же подчеркивалось также и в многочисленных публикациях по управлению квадрокоптерами, в частности, при управлении полётом не только одного квадрокоптера, но и группы квадрокоптеров [11]

Получив законы управления движением квадрокоптера по осям $\mathbf{O}_n \mathbf{X}_n$ (18) и $\mathbf{O}_n \mathbf{Y}_n$ (16) в отдельности, можно организовать управление полётом квадрокоптера в горизонтальной плоскости (на постоянной высоте) по заданным траекториям широкого класса.

Заметим, что управление движением квадрокоптера по вертикальной оси $\mathbf{O}_n \mathbf{Z}_n$ для модели движения (10), описывается простейшим пропорционально-дифференциальным законом управления:

$$u = -(a_{z_1} \dot{z} + a_{z_2} (z - z_d)), \quad (19)$$

где z_d - заданная высота полёта квадрокоптера. В данной задаче коэффициенты в выражении (19) определены как $a_{z_1} = 9.87$, $a_{z_2} = 4.92$.

Теперь можно сформулировать постановку задачи моделирования следующим образом. Используя законы управления по трём координатным осям (15), (18) и (19), разработать систему управления движением квадрокоптера в трёхмерном пространстве.

При этом необходимо учесть одно важное обстоятельство. Система уравнений движения квадрокоптера (5) –(10) распадается на 4 независимых между собой подсистемы (5, 6), (7, 8), (9) и (10) в значительной мере за счёт линеаризации тригонометрических функций Эйлеровых углов. Кроме того, при этом не учитывается наличие насыщения на выходе регуляторов отдельных подсистем. Этот учёт имеет большое значение, поскольку он отражает ограничения по мощности моторов квадрокоптера. При синтезе законов управления движением по отдельным осям этими обстоятельствами можно пренебречь, но при связанном управлении по всем трём осям такие допущения могут иногда оказаться неприемлемыми. Поэтому в практике проектирования законов управления реальными объектами математический синтез законов управления наиболее часто выполняют на основе линеаризованных моделей [9], а проверку полученных результатов выполняют с использованием моделей, более полно отражающих динамику реальных объектов [13]. Пакет SIMULINK предоставляет разработчику

целый спектр возможностей для решения этой задачи, поэтому для задач моделирования мы будем использовать этот пакет и более точную модель движения квадрокоптера, которая содержится в [8].

3. Моделирование процессов управления пространственным движением квадрокоптера.

Будем использовать уточнённую нормированную модель движения квадрокоптера, представленную в [8] и имеющую вид:

$$\ddot{x} = -(r_1 + g) \frac{\tan\theta}{\cos f}, \quad (20)$$

$$\ddot{\theta} = u_\theta; \quad (21)$$

$$\ddot{y} = (r_1 + g) \tan f, \quad (22)$$

$$\ddot{f} = u_f; \quad (23)$$

$$\ddot{z} = u + g. \quad (24)$$

В уравнениях (20) и (22) переменная r_1 равна [8]:

$$r_1 = -a_{z_1} \dot{z} - a_{z_2} (z - z_d), \quad (25)$$

т.е. представляет собой закон управления по высоте (19). Этот факт отражает взаимосвязь вертикального канала управления с продольным и боковым каналами. Поскольку мы рассматриваем только пространственное положение квадрокоптера, то уравнение для его ориентации по курсу мы опускаем, считая, что курсовая система стабилизирует курс в соответствии с некоторым заданием ψ_d независимо от остальных подсистем. Эта система дополняется уравнениями обратной связи с коэффициентами K_x (18), K_y (15) и

$$K_z = [a_{z1}, a_{z2}] \quad (19)$$

Моделирование выполнялось как в спокойной, так и в турбулентной атмосфере. В последнем случае система дополнялась стандартной моделью турбулентности Драйдена [6], которая, как известно, представляет собой последовательное соединение генератора «белого шума» и фильтра Драйдена, который рассчитан в нашем случае для умеренной турбулентности. Модели в уравнениях состояния для бокового и продольного движений в случае турбулентной атмосферы будут иметь вид соответственно:

«ГЗ Z» – генераторы задающих сигналов X_d, Y_d, Z_d для движения квадрокоптера по соответствующим осям; «ГТ X», «ГТ Y» - генераторы сигналов, моделирующих продольную W_x и боковую W_y составляющие мгновенной скорости турбулентного ветра;

«Упр. X», «Упр. Y», «Упр. Z» - замкнутые системы управления движением квадрокоптера по соответствующим осям; X_q, Y_q, Z_q – координаты текущего положения квадрокоптера в неподвижной системе координат. Заметим, что блок «Упр. X» описывается уравнениями (20, 21) для объекта управления и коэффициентами (18) для регулятора, блок «Упр. Y» описывается соответственно уравнением (22, 23) и коэффициентами (15), блок «Упр. Z» - уравнением (24) и коэффициентами (19). Как было отмечено выше, в обратные связи систем управления вводятся также элементы насыщения, поэтому фактически обратные связи описываются выражениями:

$$\begin{aligned} u_1 &= K_x q, \quad u_\theta = \text{sat}(u_1), \\ u_2 &= K_y p, \quad u_\varphi = \text{sat}(u_2), \\ u_3 &= -a_{z_1} \dot{z} - a_{z_2} (z - z_d), \quad u_z = \text{sat}(u_3), \end{aligned} \quad (28)$$

$$\text{где } \text{sat}(u) = \begin{cases} -1, & \text{if } u \leq -0.5, \\ u, & \text{if } -0.5 > u > 0.5, \\ 1, & \text{if } u \geq 0.5. \end{cases}$$

Выбранный в (28) порог насыщения 0.5 соответствует отношению максимальной суммарной тяги двигателя к весу полностью снаряжённого квадрокоптера равному 1.5, что характерно для большинства квадрокоптеров. Для моделирования движения квадрокоптера по вертикально восходящей спирали, выбран радиус спирали, равный $\rho = 200$ м. Угловая скорость вращательного движения аппарата по этой спирали равна $\omega_q = 2\pi \times 10^{-2} \text{ рад/сек}$. При этом скорость линейного перемещения квадрокоптера равна $4\pi \approx 13.56 \text{ м/сек}$. Вертикальная скорость движения по оси **Z** выбрана равной 1 м/сек. В связи с этим задающие блоки «ГЗ X», «ГЗ Y» генерируют косинусоидальные и синусоидальные колебания (блоки “Sine Wave” и “Cosine Wave” в SIMULINK’e) с вышеупомянутыми амплитудой и частотой, а блок «ГЗ Z» предстает собой генератор линейно-нарастающего сигнала со скоростью 1 м/сек (блок “ramp” в SIMULINK’e). Как указывалось выше, блоки «ГТ X» и «ГТ Y» представляют собой последовательные соединения генераторов белого шума и фильтров Драйдена для продольного и бокового движений [6]. Сигнал r_1 определяется выражением (25).

Результаты моделирования представлены на Рис.3 для полёта в спокойной атмосфере и Рис. 4 для полёта в турбулентной атмосфере

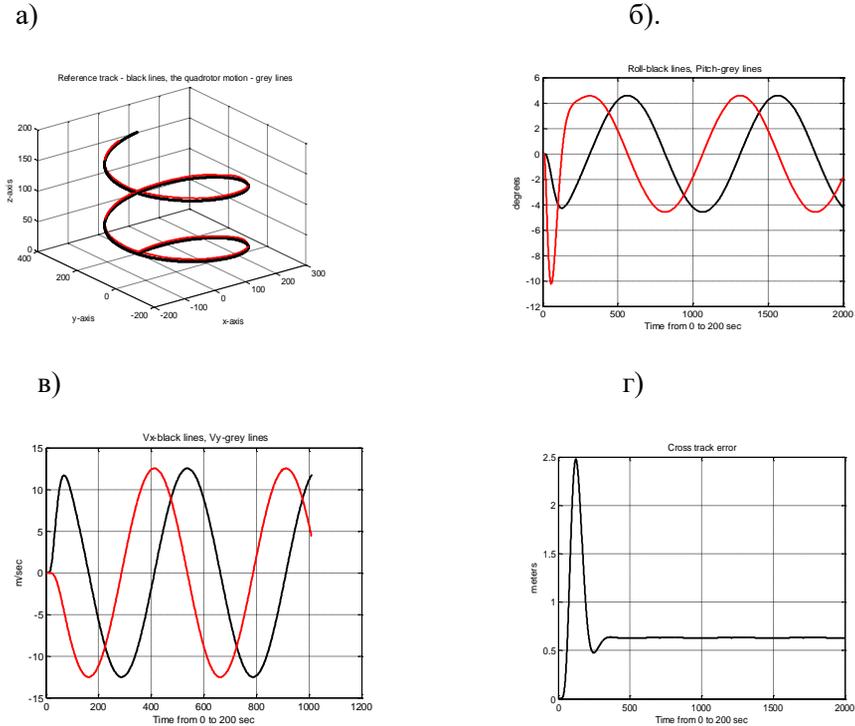


Рис. 3

На Рис.3а чёрная пространственная спираль представляет заданную траекторию движения, а серая кривая представляет фактическую траекторию квадрокоптера. Как видно из этого рисунка, система управления весьма точно отрабатывает заданную траекторию. На Рис.3г представлена ошибка отклонения фактической траектории от заданной в горизонтальной плоскости, откуда следует, что только во время переходного процесса в течение короткого промежутка времени ≈ 20 сек ошибка равна **2.5 м**, что при радиусе **200 м** составляет вполне допустимую погрешность. В течение основного времени слежения (180 сек) она равна **0.65 м**, что свидетельствует о высокой точности слежения. На Рис.3б представлены продольная (чёрная кривая) и боковая (серая кривая) компоненты вектора скорости квадрокоптера, а на Рис.3в –Эйлеровы углы (крен–чёрная кривая, тангаж–серая кривая). Величины этих углов свидетельствуют о допустимости линеаризации тригонометрических функций и использования для задач синтеза модель (5)- (10)

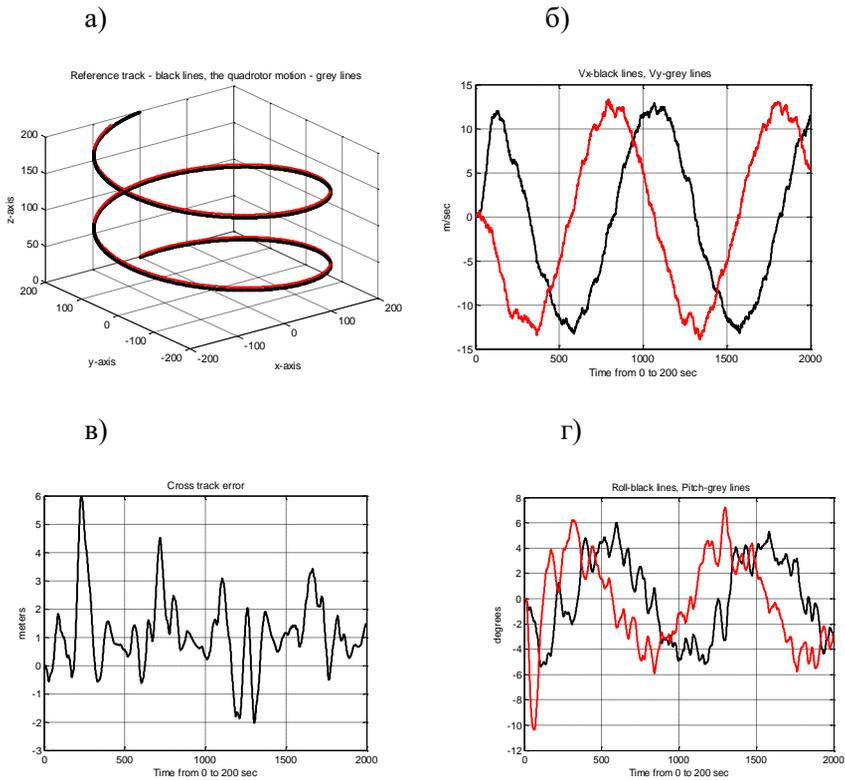


Рис.4.

На Рис.4а-4г изображены те же кривые, но для случая турбулентной атмосферы. Из этих кривых видно, что система управления эффективно подавляет атмосферные возмущения. Так, математическое ожидание ошибки отклонения фактической траектории от заданной в горизонтальной плоскости (Рис.4г) равно $M_e = 1.1 \text{ м}$, а среднеквадратическое отклонение – $\sigma_e = 1.28 \text{ м}$, что свидетельствует о высокой точности слежения за заданной траекторией в условиях турбулентности.

4. Заключение.

1. Обобщенная нормированная модель квадрокоптера представляет собой удобную платформу для разработки и первоначального тестирования алгоритмов управления его пространственными движениями. Эта модель в

особенности удобна при разработке современных систем управления, основанных на применении обучающихся нейронных сетей и адаптивных нечётких регуляторов. В этих случаях обеспечение сходимости алгоритмов адаптации и обучения само по себе представляет трудоёмкий процесс, и наличие простых достоверных моделей объекта управления значительно облегчает задачу разработчика систем управления.

2. Результаты моделирования, полученные в настоящей статье, свидетельствуют о том, что использование линейно-квадратичных регуляторов обеспечивает малые изменения Эйлеровых углов и отсутствие насыщения в системах управления угловой скоростью моторов пропеллеров. Это даёт основание заключить, что использование линейных моделей вида (5)–(10) для синтеза этих регуляторов вполне оправдано. К этому же выводу пришли и авторы статьи [11].

3. Применение линейно-квадратичных регуляторов обеспечивает хорошую точность слежения за заданной траекторией не только в спокойной, но и в турбулентной атмосфере даже при наличии нелинейностей, свойственных квадрокоптеру, как объекту автоматического управления.

Литература

1. Abdullah M. N., Dagher K. E.. Airborne Computer System Path-Tracking Based Multi-PID-PSO Controller Design. *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, 2021, V.14, N.3, pp.403-411.
2. Aliev F. A., Larin V. B. Stabilization Problems for a System with Output Feedback , *Int. Appl. Mech.*, 2011, V.47, N. 3, pp. 3 – 49.
3. Aliev F.A., Larin V.B., “Optimization of linear control systems,” *Gordon & Breach Sci. Publ.*, 1998, 198 p.
4. Aliev F.A., Larin V.B., On Control of the Spectrum of Linear Mechanical Systems, *International Applied Mechanics* 2019, V.55, N.6, pp. 654-659
5. Aliev F.A., Velieva N.I. Algorithm for solving the problem of optimal stabilization by output and their application, 2018, *IFAC-PapersOnLine* , V.51 N.30, pp. 323-330
6. Beard R.W., McLain T.W. *Small unmanned aircraft: theory and practice*. Princeton University Press, 2012.
7. Cakir O., and Yuksel T., “Neural Network Control for Quadrotors”, *American Scientific Research Journal for Engineering, Technology, and Sciences*, 2017, V. 31, N.1, pp. 191-200.
8. Castillo P., Lozano R., Dzul A. Stabilization of a Mini Rotorcraft with Four Rotors. *IEEE Control Systems Magazine*. December, 2005, pp. 45 – 55.
9. Larin V. B., Tunik A. A. Synthesis of the Quad-rotor Control Algorithms in the

- Basic Flight Modes, TWMS Journal of Pure and Appl. Math., 2018, V. 9, N.2, pp. 147 – 158.
10. Luukkonen T., Modelling and control of quadcopter, Aalto University, 2011, 26 p.
 11. Rinaldi F., Chiesa S., Quagliotti F. Linear Quadratic Control for Quadrotors UAVs Dynamics and Formation Flight. Journ. of Intell. Robot. Syst., no.70, 2013, pp-203–220.
 12. Swee King Phang, Chenxiao Cai, Ben M. Chen, Tong Heng Lee. Design and Mathematical Modeling of a 4-Standard-Propeller (4SP) Quadrotor. Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation, Beijing, China, 2012, pp. 3270-3275.
 13. Tunik A.A., Il'nitska S.I., Sushchenko O.A. Synthesis of Quadrotor Robust Guidance and Control System via Parameterization of all Stabilizing H-infinity – State-Feedback Gains. Electronics and Control Systems, 2019, N.4 (62), pp. 33-41.
 14. Valavanis K.P., Vachtsevanos G.J. (eds.), Handbook of Unmanned Aerial Vehicles. Springer Science+Business Media, Dordrecht, 2011.-305p.
 15. Zare M., Sadeghi J., Farahat S. Regulating and Helix Path Tracking for Unmanned Aerial Vehicle (UAV) Using Fuzzy Logic Controllers. Journal of mathematics and computer science, 2014, V.13, pp.71-89.
 16. Алиев Ф.А., Ларин В.Б. Особые случаи в задачах оптимизации стационарных линейных систем, функционирующих по принципу обратной связи, Международный журнал Прикладной механики, 2003, V. 39 ,N.3, 21p.
 17. Гурьянов А.Е. Моделирование управления квадрокоптером , Инженерный вестник, 2014. № 8. с. 522-534.
 18. Красовский А.Н., Сулова О.А. О математической модели управляемого движения дрона-квадрокоптера. Аграрный вестник Урала, 2016, № 4, с. 55–59.
 19. Лысухо Г.В., Масленников А.Л. Квадрокоптер: динамика и управление. Политехнический молодежный журнал, 2020, № 05(46). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2020-05-00021>
 20. Попов Н.И., Емельянова О.В., Яцун С.Ф. Моделирование динамики полета квадрокоптера. Вестник Воронежского института ГПС МЧС России. 4 (13), 2014, с. 69-75.
 21. Шилов К.Е. Разработка системы автоматического управления беспилотным летательным аппаратом мульти роторного типа. Труды московского физико-технического института, 2014, N.4, с. 139–152.

PROBLEMS OF MODELING IN PROBLEMS OF DEVELOPMENT OF ALGORITHMS FOR CONTROLLING SPATIAL MOTION OF QUADROPTER

Aliev F.A., Larin V.B., Tunik A.A., Mutallimov M.M. ,Velieva N.I.,
Mirsabov S.M.

Abstract. The recent development of unmanned aerial vehicles, including quadcopters, makes it possible to use the latter in various fields of human activity. Lightness, small size, maneuverability, ease of control are the main advantages of quadcopters, which allow them to be used in many industries, including in the military field. Simulation of the process of controlling the dynamics of a quadcopter flight is carried out on the basis of an adequate mathematical model. This article discusses a normalized model of the dynamics of a quadcopter, which makes it easy to check various algorithms for stabilization and trajectory control of the quadcopter's motion, which can then be easily transferred to a dimensional model, in which other features of the quadcopter design can be taken into account. As a numerical example, the control of the spatial motion of a quadcopter is considered when working out a given trajectory in the form of a vertical spiral.

Key words: unmanned aerial vehicles, quadcopter, mathematical model, spatial motion control, modeling.

REFERENCES

1. Abdullah M. N., Dagher K. E. Airborne Computer System Path-Tracking Based Multi-PID-PSO Controller Design. International Journal of Intelligent Engineering and Systems, 2021, V.14, N.3, pp.403-411.
2. Aliev F. A., Larin V. B. Stabilization Problems for a System with Output Feedback , Int. Appl. Mech., 2011, V.47, N. 3, pp. 3 – 49.
3. Aliev F.A., Larin V.B., “Optimization of linear control systems,” Gordon & Breach Sci. Publ., 1998, 198 p.
4. Aliev F.A., Larin V.B., On Control of the Spectrum of Linear Mechanical Systems, International Applied Mechanics 2019, V.55, N.6, pp. 654-659
5. Aliev F.A., Velieva N.I. Algorithm for solving the problem of optimal stabilization by output and their application, 2018,IFAC-PapersOnLine , V.51 N.30, pp. 323-330
6. Beard R.W., McLain T.W. Small unmanned aircraft: theory and practice. Princeton Uni-versity Press, 2012
7. Cakir O., and Yuksel T., “Neural Network Control for Quadrotors”, American Scientific Research Journal for Engineering, Technology, and Sciences, 2017, V. 31, N.1, pp. 191-200.
8. Castillo P., Lozano R., Dzul A. Stabilization of a Mini Rotorcraft with Four Rotors. IEEE Control Systems Magazine. December, 2005,pp. 45 – 55.
9. Larin V. B., Tunik A. A. Synthesis of the Quad-rotor Control Algorithms in the

- Basic Flight Modes, TWMS Journal of Pure and Appl. Math., 2018, V. 9, N.2, pp. 147 – 158.
10. Luukkonen T., Modelling and control of quadcopter, Aalto University, 2011, 26 p.
 11. Rinaldi F., Chiesa S., Quagliotti F. Linear Quadratic Control for Quadrotors UAVs Dynamics and Formation Flight. Journ. of Intell. Robot. Syst., no.70, 2013, pp-203–220.
 12. Swee King Phang, Chenxiao Cai, Ben M. Chen, Tong Heng Lee. Design and Mathematical Modeling of a 4-Standard-Propeller (4SP) Quadrotor. Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation, Beijing, China, 2012, pp. 3270-3275.
 13. Tunik A.A., Ilnitska S.I., Sushchenko O.A. Synthesis of Quadrotor Robust Guidance and Control System via Parameterization of all Stabilizing H-infinity – State-Feedback Gains. Electronics and Control Systems, 2019, N.4 (62), pp. 33-41.
 14. Valavanis K.P., Vachtsevanos G.J. (eds.), Handbook of Unmanned Aerial Vehicles. Springer Science+Business Media, Dordrecht, 2011.-305p.
 15. Zare M., Sadeghi J., Farahat S. Regulating and Helix Path Tracking for Unmanned Aerial Vehicle (UAV) Using Fuzzy Logic Controllers. Journal of mathematics and computer science, 2014, V.13, pp.71-89.
 16. Aliev F.A., Larin V.B. Osobye sluchai v zadachakh optimizatsii statsionarnykh lineynykh sistem, funktsioniruyushchikh po printsipu obratnoy svyazi, Mezhdunarodnyy zhurnal Prikladnoy mekhaniki, 2003, V. 39 ,N.3, 21p (Aliev F.A., Larin V.B. Special cases in optimization problems for stationary linear systems operating according to the feedback principle, International Journal of Applied Mechanics, 2003, V. 39, N.3, 21p). (in Russian)
 17. Gur'yanov A.E. Modelirovanie upravleniya kvadropterom // Inzhenernyy vestnik. 2014. № 8. с.522-534 (Guryanov A.E. Simulation of control of a quadcopter , Engineering Bulletin. 2014. No. 8. p. 522-534). (in Russian)
 18. Krasovskiy A.N., Suslova O.A. O matematicheskoy modeli upravlyaemogo dvizheniya drona-kvadrokoptera. Agrarnyy vestnik Urala, 2016, № 4, s. 55–59 (Krasovsky A.N., Suslova O.A. On the mathematical model of the controlled motion of a drone-quadcopter. Agrarian Bulletin of the Urals, 2016, No. 4, p. 55-59). (in Russian)
 19. Lysukho G.V., Maslennikov A.L. Kvadrokopter: dinamika i upravlenie. Politekhnicheskii molodezhnyy zhurnal, 2020, № 05(46). http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2020-05-000_21 (Lysukho G.V., Maslennikov A.L. Quadcopter: dynamics and control. Polytechnic Youth Journal, 2020, N. 05 (46). http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2020-05-000_21) (in Russian)
 20. Popov N.I., Emel'yanova O.V., Yatsun S.F. Modelirovanie dinamiki poleta kvadrokoptera. Vestnik Voronezhskogo instituta GPS MChS Rossii. 4 (13), 2014, s. 69-75 (Popov N.I., Emelyanova O.V., Yatsun S.F. Simulation of the dynamics of a quadcopter flight. Bulletin of the Voronezh Institute of the State

- Fire Service of the EMERCOM of Russia. 4 (13), 2014, p. 69-75). (in Russian)
21. Shilov K.E. Razrabotka sistemy avtomaticheskogo upravleniya bespilotnym letatel'nyy apparatom mul'tirotnogo tipa. Trudy moskovskogo fiziko-tekhnicheskogo instituta, 2014, N.4, s. 139–152 (Shilov K.E. Razrabotka sistemy avtomaticheskogo upravleniya bespilotnym letatel'nyy apparatom mul'tirotnogo tipa. Trudy moskovskogo fiziko-tekhnicheskogo instituta, 2014, N.4, s. 139–152). (in Russian)